Об одном парадоксе ОТО .

Л. Римша laimontas.rimsa@yahoo.com
В.Римша viktor@pasvalys.lt

Определение собственного времени для атомных часов в ОТО

$$d\tau = \frac{ds}{c} \qquad (1)$$

Собственное (или действительное, истинное, физическое) время – это как раз то время которое и отсчитывают часы.

Многочисленнные наблюдательные факты потверждают правильность формулы в гравитационном поле

$$d\tau \approx (1 - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{\Phi}{c^2})dt \qquad (2)$$

здесь τ - собственное время показываемое часами, v - скорость часов относительно источника гравитационного поля, Φ - ньютонов потенциал гравитационного поля, t - координатное время (собственное время бесконечно удаленного и неподвижного относительно источника гравитационного поля наблюдателя). Важно то что (2) применима как в случае неподвижных , так и при свободном падении часов (часы на спутниках в гравитационном поле Земли) ..

Часы 1 на полу лифта и часы 2 у потолка лифта неподвижны относительно друг друга (лифт это жестко связанная система). В случае когда лифт неподвижен в однородном поле $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = 0$ и когда $dt_1 = dt_2$ получаем

$$\frac{d\tau_1}{d\tau_2} = (1 - \frac{gl}{c^2}) \qquad (3)$$

здесь g - ускорение свободного падения, l - высота лифта. Видно что, в отличии от инерциальной системы отсчета, темп хода неподвижных относительно друг друга часов различен относительно бесконечно удаленного наблюдателя и относительно друг друга (экспериментальные факты это полностью потверждают) . Но если применить (2) к свободно падающему лифту , то опять же получим (3) , так как в этом случае $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$. ПЭ предполагает, что часы в свободно падающем лифте идут по разному относительно часов, бесконечно удаленных и неподвижных относительно источника гравитационного поля, а вот относительно свободно падающей системы отсчета (системы отсчета лифта) эти же часы в одно и то же время идут одинакого. Но , если пользоваться определением (1), это невозможно так как даже в случае нелинейных трансформаций, при помощи которых можно символы Кристоффеля локально обнулить, ход собственного времени не меняется. Например, пусть T - координатное время в системе отсчета лифта и если ускорение свободного падения лифта в однородном поле выразить при помощи потенциала

$$\vec{g} = -\vec{\nabla}\Phi$$

то нелинейная трансформация которая может локально обнулить символы Кристоффеля (в системе отсчета лифта метрический тензор примет вид метрического тензора пространства Минковского) может быть

$$dT \approx (1 + \frac{1}{c^2}\Phi(\vec{R}) + \frac{1}{c^2}\vec{\nabla}\Phi(\vec{R})\vec{r} - \frac{1}{2}\frac{\vec{v}^2}{c^2})dt \qquad (4)$$

здесь $\vec{R}$ - радиус-вектор центра масс лифта

$\vec{r}$ - радиус-вектор часов относительно центра масс лифта

Применив трансформацию (4) к (2) получим для атомных часов неподвижных относительно свободно падающего лифта

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dT^2$$

В этом случае координатное время в системе отсчета лифта совпадает с собственным временем неподвижных относительно лифта часов, темп хода зтого координатного времени (точнее дифференциал) зависит от локального значения потенциала однородного поля.

И поэтому, хотя как и в СТО, в системе отсчета лифта $g_{00} = 1$, часы на полу и у потолка по прежнему идут по разному (так как сам интервал инвариантная величина то это не удивительно)

$$\frac{d\tau_1}{d\tau_2} = \frac{dT_1}{dT_2} \approx (1 - \frac{gl}{c^2})$$

Получается парадоксальная ситуация - согласно ПЭ, выбором свободно падающей системы можно осуществить переход в в локально инерциальную систему отсчета. В такой системе уравнение геодезической принимает вид уравнения движения тел в инерциальной системе отсчета – символы Кристоффеля в этой системе равны 0 . Так как в ОТО плотность псевдотензора энергии – импульса гравитационного поля пропорциональна символам Кристоффеля то и эта плотность локально станет нулевой. Если гравитационное поле однородно (или в некоторой области конечных размеров можно пренебрегнуть приливными эффектами) то все это можно проделать и в системах отсчета определенных конечных размеров . Если же в свободно падающей системе отсчета наблюдается влияние однородного поля на темп хода часов, то это ставит под сомнение сам геометрический подход в гравитации – так как если первые производные метрического тензора равны 0, то в этом случае невозможно указать причину такого влияния .

Критика стандартного решения этого парадокса в рамках формализма ОТО .

По сути, такая же проблема возникает в релятивисткой астрометрии – это вопрос о том влияет ли гравитационное поле Солнца в приближении однородного поля на темп хода атомных часов на поверхности Земли (Земля находится в состоянии свободного падения в поле Солнца) . Согласно принципу эквивалентности такого влияния не должно быть. Далее, на примере с лифтом, покажем что стандартное решение зтой проблемы (как в астрометрии) не корректно.

Для часов в лифте (4) можно переписать в следующем виде

$$dT \approx (1+\frac{1}{c^2}\Phi(\vec{R})-\frac{1}{c^2}\vec{g}\vec{r}-\frac{1}{2}\frac{\vec{v}^2}{c^2})dt = (1+\frac{1}{c^2}\Phi(\vec{R})-\frac{1}{c^2}\frac{d(\vec{v}\vec{r})}{dt}-\frac{1}{2}\frac{\vec{v}^2}{c^2})dt \qquad (5)$$

Здесь часы неподвижны относительно центра лифта $\frac{d\vec{r}}{dt}=0$.

Часы неподвижные в лифте и часы, показывающие координатное время, синхронизированы в начальный момент времени $T_0 = 0, t_0 = 0$ - так как начальную скорость свободного падения можно выбрать $\vec{v}_0 = 0$. Тогда для конечных промежутков из (5) получим

$$T \approx t - \frac{1}{2}\int_0^t \frac{\vec{v}^2}{c^2}dt + \int_0^t \frac{\Phi(\vec{R})}{c^2}dt - \frac{\vec{V}\vec{r}}{c^2} \qquad (6)$$

Из (6) следует что разница показаний двух часов в лифте (собственных времен) 1 и 2 в момент координатного времени t будет (в этот момент скорость лифта $\vec{V}$)

$$T_1 - T_2 \approx -\frac{\vec{V}(\vec{r}_1-\vec{r}_2)}{c^2} \approx -\frac{\vec{g}(\vec{r}_1-\vec{r}_2)t}{c^2} \qquad (7)$$

В работах по релятивисткой астрометрии утверждается что (7) – это только эффект СТО - два события одновременные в одной системе отсчета такими не являются в другой системе отсчета. Далее, этот член при переходе в систему отсчета лифта изчезает подобно похожему члену СТО – часы 1 и 2 относительно системы отсчета лифта имеют одинаковый темп хода так как интервал для всех неподвижных часов в системе отсчета лифта примет вид $ds^2 = c^2 dT^2$. Обычно в астрометрии используется для перехода в геоцентрическую систему отсчета (в нашем примере это будет система отсчета лифта) трансформация для конечных промежутков времени (6) , в которой и есть член такой как в трансформации Лоренца $\frac{\vec{V}\vec{r}}{c^2}$.

Но такие доказательства не корректны так как :

1. Величины T_1 и T_2 - это интервалы (промежутки собственного времени) и эти интервалы инвариантны при трансформации систем отсчета, поэтому и в системе отсчета лифта должна наблюдаться разность хода часов 1 и 2 . Формула (7) выражает тот факт что темп хода собственного времени для часов 1 и 2 отличается – в начальный момент падения эти часы показывали одинаковое время.
2. Если посмотреть на трансформацию для дифференциалов (это (5)), то можно заметить что эта трансформация отличается от трансформации Лоренца для дифференциалов – эта трансформация нелинейна и зависит от ускорения (или напряженности однородного гравитационного поля) и положения часов относительно центра лифта.