УДК 537.8

СОВРЕМЕННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ МАКСВЕЛЛА – АНАХРОНИЧНЫЙ ФЕТИШ ФИЗИЧЕСКОЙ НАУКИ

В.В. Сидоренков
vsidor4606@yandex.ru

На основе критического анализа физико-математического содержания современной системы электродинамических уравнений Максвелла показано, что данная система представляет собой пример функционального анахронизма в физической науке, принципиально не способная в полной мере адекватно аналитически описать физические характеристики электромагнитного поля. Предлагается конкретный выход из существующей ныне тупиковой ситуации путем реставрации и модернизации идей самого Максвелла, которые не поняты ни его современниками, ни его последователями сегодня.

В теории электричества [1] концепция электромагнитного поля является центральной, поскольку посредством такого поля реализуется один из видов силового взаимодействия разнесенных в пространстве материальных тел. При этом общепринято считать, что физические свойства указанного поля полностью представлены системой основных положений (постулатов) классической электродинамики в виде функционально связанных между собой уравнений в частных производных первого порядка, первоначальная версия которых была аналитически оформлена во второй половине XIX века Дж.К. Максвеллом [2] обобщением эмпирических фактов того времени (прежде всего, работ М. Фарадея). Как иногда бывает, теория Максвелла опередила свое время, обладая всеми научными предпосылками концептуального прорыва в развитии физических основ электромагнетизма. К сожалению, Максвелл ушел из жизни рано (в 48 лет) и не успел логически завершить свою электродинамическую теорию.

Далее чисто методическая «доводка» уравнений проведена классиками физической науки Г. Герцем, О. Хевисайдом и А. Эйнштейном посредством придания им современной векторной формы, но сокращения при этом числа уравнений с 8 до 4, приведшее к изгнанию из них главного: понятия *электротонического состояния эфира* (термин Фарадея), описываемого *полем векторного потенциала*. Такая «кастрация» максвелловской теории свела на нет новаторские представления Максвелла о структуре и динамике электромагнитного поля, но именно оставшиеся после такой экзекуции уравнения называют теперь *современной системой уравнений электродинамики Максвелла*:

$$\text{(a)}\ \operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \qquad \text{(b)}\ \operatorname{div}\boldsymbol{D} = \rho,$$

$$\text{(c)}\ \operatorname{rot}\boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \qquad \text{(d)}\ \operatorname{div}\boldsymbol{B} = 0. \qquad (1)$$

Здесь векторные поля: электрической $\boldsymbol{E}$ и магнитной $\boldsymbol{H}$ напряженности, создающие соответственно электрическую $\boldsymbol{D} = \varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}$ и магнитную $\boldsymbol{B} = \mu\mu_0\boldsymbol{H}$ поляризацию (индукцию) пространства материальной среды, а в проводящих средах также и электрический ток плотностью $\boldsymbol{j} = \sigma\boldsymbol{E}$; $\varepsilon\varepsilon_0$ и $\mu\mu_0$ - абсолютные электрическая и магнитная проницаемости, σ - удельная электрическая проводимость среды, ρ - объемная плотность стороннего электрического заряда.

Методически важно отметить, что система электродинамических уравнений (1) в настоящее время сравнительно просто выводится, являясь непосредственным логическим следствием первичных фундаментальных соотношений электромагнетизма [1]: *закона Кулона взаимодействия электрических точечных неподвижных зарядов*

$$\boldsymbol{F}_{Кул} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{r} \qquad (2)$$

и *закона сохранения электрического заряда*

$$\operatorname{div}\boldsymbol{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \qquad (3)$$

Логика построения и подробный анализ физико-математических свойств *современной системы дифференциальных уравнений электродинамики Максвелла* (1), считающейся классической, представлены в работе [3]. А поскольку в учебной литературе уравнениям (1) на сегодня пока нет альтернативы, то с методической точки зрения материал статьи [3] может быть весьма полезен студентам и всем интересующимся физикой при самообразовании, а преподавателям для занятий по разделу «Электромагнетизм» курса общей физики, классической электродинамики и сопутствующим им техническим дисциплинам.

Ниже здесь мы попытаемся понять столь долговременную живучесть, и, казалось бы, безальтернативную монолитность системы уравнений (1), приведшую в итоге к более чем вековому концептуальному застою в развитии теории электромагнетизма, принципиальную невозможность прогресса по совершенствованию физических представлений *классической электродинамики*.

В структуре этих уравнений, описывающих характер поведения электромагнитного поля в неподвижной среде, заложена основная аксиома классической электродинамики - неразрывное единство переменных во времени электрического и магнитного полей. При этом каждое из уравнений системы (1) аналитически вполне адекватно описывает конкретное физическое явление, которые в совокупности представляют логически стройную систему функционально связанных друг с другом соотношений. Одновременно математически рассматриваемая система уравнений является полностью замкнутой, а ее уравнения удовлетворяют математической задаче Коши – решение уравнений с заданными начальными условиями. Замкнутость системы уравнений (1) определяется тем, что с учетом соотношения непрерывности (3) имеется 16 *скалярных уравнений*, а именно уравнения (1a) – 3, (1c) – 3 и (3) – 1 плюс материальные соотношения: $\boldsymbol{D} = \varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}$ – 3, $\boldsymbol{B} = \mu\mu_0\boldsymbol{H}$ – 3, $\boldsymbol{j} = \sigma\boldsymbol{E}$ – 3 для нахождения искомых решений в виде 16 *скалярных функций*: $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ – 3, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$ – 3, $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)$ – 3, $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$ – 3, $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t)$ – 3 и $\rho(\boldsymbol{r},t)$ – 1. Видно, что в задаче Коши уравнение (1d) есть начальное условие для уравнения (1a), а для уравнения (1c) с учетом (3) начальным условием служит уравнение (1b). Следовательно, роторные уравнения (1a) и (1c) в системе являются фундаментальными, поскольку именно они описывают хорошо известные физические характеристики электромагнитного поля (например, электромагнитные волны и их энергетику), а дивергентные уравнения (1b) и (1d) математически (но не физически) играют лишь вспомогательную роль начальных условий для них. Информация об этих и других деталях анализа уравнений системы (1) содержится в работе [3].

Таким образом, на взгляд физика-ортодокса представленная выше аргументация логически корректна, и на этой основе выносится вердикт: уравнения в системе (1) с физической и математической точек зрения модернизации не подлежат, поскольку сама система уравнений самодостаточна, а ее уравнения аналитически должным образом функционально связаны друг с другом и не требуют какой-либо корректировки. В рамках традиционной теории электромагнетизма автор настоящей статьи как профессиональный физик вынужден полностью согласиться с мнением своего гипотетического коллеги.

Правда, попытки инакомыслия в электромагнетизме существовали всегда, но они обычно далеки от кардинальных (разве что попытки модернизации уравнений Максвелла [4, 5], учитывающие свойства электромагнитного векторного потенциала), но чаще они имеют ошибочный характер. Для иллюстрации приведем несколько последних примеров. Например, в работе [6] высказываются осторожные логически здравые соображения о первичности поля вектора *магнитной напряженности* $\boldsymbol{H}$, которое, как считается, не имеет глубокого физического смысла в сравнении с общепринятой первичностью поля вектора *магнитной индукции* $\boldsymbol{B}$ – источника физико-математического абсурда: $\operatorname{rot}\boldsymbol{B}$ ([2] п. 12, 14). При этом как бы взамен в статье [7] представлена весьма сомнительная «рокировка»: сделать поле вектора *электрической индукции* $\boldsymbol{D}$ основным, а поле вектора *электрической напряженности* $\boldsymbol{E}$ его следствием. Либо предлагаются поправки в виде поспешных новаций, например, такой как попытка ввести в уравнения Максвелла полную временную производную [8, 9]. Концептуальная «слабость» большинства новаций оппонентов – это инертность и зашоренность научного мышления, выраженные в стремлении всегда оставаться в рамках традиционной системы электродинамических уравнений (1).

Обычно вопросы сомневающихся закрываются безапелляционным тезисом: «*теория электромагнетизма – это всего лишь следствия результатов анализа системы уравнений Максвелла*», а упорствующих в инакомыслии «добивают» пафосным дифирамбом: «*именно данная область физического знания наиболее полно разработана во всех ее аспектах, и ее настоящий уровень является вершиной человеческого гения*». Более того, современные уравнения электродинамики Максвелла давно «канонизированы» мировым научным сообществом; они стали базовым понятийным каркасом, центром всех без исключения учебных пособий по электромагнитной тематике (например, [1]). В итоге преподавателю, инженеру и просто пытливому читателю ничего не остается, как безоговорочно верить научным авторитетам, что система уравнений (1) образует монолитный научный фундамент базового раздела естествознания – *классической теории электромагнетизма*.

В такой ситуации надо обладать мужеством и немалой научной компетенцией, веской неопровержимой аргументацией, чтобы в стремлении кардинально, а главное конструктивно изменить существующую тупиковую ситуацию во всеуслышание декларативно заявить: *функционально современная система уравнений электродинамики Максвелла – анахроничный фетиш физиче-*

ской науки. Следует, однако, сказать, что материал настоящей работы не претендует на исключительную научную новизну, так как в ней представлен лишь ретроспективный обзор уже опубликованных в печати кардинального плана результатов по изучению характеристик электромагнитного поля, проводимого автором на протяжении ряда лет (http://scipeople.ru/users/8652252/). Главная цель этой публикации одна: это еще раз указать реальный путь выхода электромагнитной теории из застоя, тем самым создать возможность прогресса в модернизации и совершенствовании физических представлений классической электродинамики. А поскольку «*все новое – это хорошо забытое старое*», то для установления истины придется возвратиться к истокам: к электродинамическим представлениям самого Максвелла [2], которые не поняты ни его современниками, ни его последователями сегодня, дать этим представлениям вторую жизнь и дальнейшее развитие в свете нынешних физических реалий. Основные результаты проведенной автором реставрации и модернизации идей Максвелла, дальнейшее развитие физических основ электромагнетизма и их аналитическое описание представлены в основополагающих базовых работах [10 - 12].

Итак, в чем же заключается декларируемый научный анахронизм и действительно принципиальные недостатки современной системы электродинамических уравнений Максвелла, а точнее, детища его именитых «соавторов»? Прежде всего, отметим, что критический анализ основных «пороков» уравнений (1) проведен в работе [3]. Главный из них – это синфазность $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ компонент поля электромагнитной волны в диэлектрических средах, что подтверждает и эксперимент. Такая ситуация порождает странный парадокс, где с одной стороны, отсюда теоретически следует принципиальная невозможность переноса электромагнитной энергии посредством таких волн, а с другой, феномен волновой передачи энергии реально присутствует и всесторонне эффективно используется в практике человеческого общества.

Надо также указать на весьма ограниченный диапазон явных возможностей уравнений (1) при описании некоторых известных явлений электромагнетизма. В частности, эти уравнения не могут вскрыть и адекватно описать физическую суть магнитных явлений, ведь истинный магнетизм – это спиновый магнетизм [13]. Конкретно, они в принципе не способны объяснить *эффект Эйнштейна-де Гааза* [1, 13], когда в материальной среде при ее однородном намагничивании возникает механический момент вращения, направленный коллинеарно подмагничивающему полю вектора магнитной индукции $\boldsymbol{B}$. Также не ясен вопрос о существовании и физической реализации *момента импульса электромагнитного поля*, соответственно, *переносящих его волн*.

Здесь существует дилемма: теория (1) предсказывает равенство нулю момента импульса плоской электромагнитной волны [14], хотя физически известно, что электромагнитные волны порождаются излучением избытка энергии возбужденными атомами, при этом от атома забирается не только часть его энергии, но и уносится доля внутреннего углового момента (орбитальные переходы электрона в атоме). Следовательно, распространяющееся в виде волн электромагнитное поле должно иметь определенную величину момента импульса, что, кстати, наблюдалось и в экспериментах [15, 14]. К тому же из общих физических соображений следует, что если *электромагнитное поле есть разновидность Материи*, то такое поле должно обладать ее базовыми характеристиками, а именно *электрической и магнитной энергиями, импульсом* и *моментом импульса*.

Говоря современным языком, основной и принципиальный дефект традиционной классической электродинамики как теории состоит в том, что базируясь на научных достижениях XIX века, в ее представлениях об электрическом заряде и его электромагнитном поле отсутствует понятие собственного углового момента частиц Материи (*спина* [13]). Ссылки на ныне существующую *квантовую электродинамику* [13] неуместны, ведь это отдельная самостоятельная наука, по сути несвязанная с классической теорией. Правда, известны попытки введения в классическую электродинамику так называемого *классического спина* [16], но и они оказались неконструктивными. Все эти обстоятельства настоятельно указывают на необходимость поиска конструктивных путей разрешения данной проблемы, способных в итоге создать полноценную современную теорию электромагнитного поля.

Итак, следуя логике наших рассуждений, обратимся к электродинамическим воззрениям Максвелла [2], где главным для нас являются его физические представления об электротоническом состоянии эфира, то есть *векторном потенциале электромагнитного поля*, который, по словам Максвелла «*может быть признан фундаментальной величиной в теории электромагнетизма*». И хотя электродинамическая теория создана Максвеллом в XIX веке и впоследствии «причёсана» его именитыми соавторами, она физически перспективна и сегодня, поскольку в ней даже в виде системы уравнений (1) содержатся научные предпосылки для разработки действительно полноценной адекватной современным физическим реалиям теории, базирующейся на прямом и полноправном использовании в ней понятия электромагнитных векторных потенциалов.

Однако в наше время векторные потенциалы как физическую реальность по существу не рассматривают, им отводят лишь роль вспомогательной математической функции, в ряде случаев упрощающей вычисления. Такой общепринятый сегодня взгляд на векторные потенциалы берет начало от Герца, о чем прямо говорится в цитате из его статьи (перевод из [17]): «*… мне не кажется, что какая либо выгода достигается при введении векторного потенциала в фундаментальные уравнения; более того, хотелось бы видеть в этих уравнениях связь между физическими величинами, которые можно наблюдать, а не между величинами, которые служат лишь для вычислений*». Не доводя до абсурдной абсолютизации мнение классика, в целом при нынешнем состоянии классической электродинамики с этим приходится согласиться, так как многократное формальное использование векторных потенциалов, оставаясь строго в рамках системы уравнений (1), принципиально не смогло в течение уже более века привести к дополнительным, не известным прежде следствиям.

Достойна, однако, удивления та страстная непримиримость Герца относительно векторных потенциалов в теории Максвелла, которая объясняется, на наш взгляд, далеко не научными, а скорее конъюнктурными соображениями. Ведь в то время Герц формально вводит в электромагнетизм векторную функцию в виде структурного аналога потенциала точечного заряда $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, где скалярная величина точечный заряд q заменяется на векторную – диполь $\boldsymbol{p}$ (электрический $\boldsymbol{p}^e = q^e \boldsymbol{l}$ или магнитный $\boldsymbol{p}^m = q^m \boldsymbol{l}$, где $|\boldsymbol{l}|$- плечо диполя, а размерности зарядов $\{q^e\} = \{Кулон\}$ и $\{q^m\} = \{Вольт \cdot сек\}$). Эту векторную функцию называют *электрический* $\boldsymbol{Z}^e = \dfrac{\boldsymbol{p}^e}{4\pi\varepsilon_0 r}$ или *магнитный* $\boldsymbol{Z}^m = \dfrac{\boldsymbol{p}^m}{4\pi\mu_0 r}$ *вектор Герца*, который иногда пытаются физически необоснованно позиционировать как «*поляризационный потенциал*» [1].

Конечно, ни откуда неследующий, формально введенный вектор Герца $\boldsymbol{Z}$ – это не столь физически содержательный аналог векторного потенциала $\boldsymbol{A}$ у Максвелла, однако функция $\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{r}, t)$ обладает весьма интересными свойствами и часто используется в теории излучения и расчетах антенной техники. Математические свойства поля функции вектора Герца таковы, что её *дивергенция*:

$$-\operatorname{div} \boldsymbol{Z}^e = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\operatorname{div}\left(\boldsymbol{p}^e,\ \frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{r}\operatorname{div}\boldsymbol{p}^e + \left(\boldsymbol{p}^e,\ \operatorname{grad}\frac{1}{r}\right)\right\} = \frac{(\boldsymbol{p}^e, \boldsymbol{r})}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \varphi^e$$

дает *поле скалярного электрического потенциала электрического диполя,* а *ротор* от этой функции:

$$\varepsilon_0 \operatorname{rot} \boldsymbol{Z}^e = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r}\operatorname{rot}\boldsymbol{p}^e + \left[\operatorname{grad}\frac{1}{r}, \boldsymbol{p}^e\right]\right) = \frac{[\boldsymbol{p}^e, \boldsymbol{r}]}{4\pi r^3} = \boldsymbol{A}^e$$

приводит к *полю векторного электрического потенциала электрического диполя.* Здесь *скалярная* $\operatorname{div}\boldsymbol{p}^e$ и *векторная* $\operatorname{rot}\boldsymbol{p}^e$ *пространственные производные* от векторной функции равны нулю, поскольку $\boldsymbol{p}^e$ – точечный объект, а та же производная от скалярной функции $\operatorname{grad}\frac{1}{r}$ дает результат: $-\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$.

Тогда *поле электрической напряженности электрического диполя* определится как

$$\boldsymbol{E}_{\text{эл.дип.}} = -\operatorname{grad}\varphi^e = \frac{1}{\varepsilon_0}\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e.$$

А поскольку $\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e = \boldsymbol{D}_{\text{эл.дип.}}$, то этот пример иллюстрирует фундаментальное свойство поля векторного потенциала $\boldsymbol{A}$: электрический векторный потенциал $\boldsymbol{A}^e$ однозначно является следствием явления дипольной электрической поляризации, физически определяемой *векторным полем электрической индукции* $\boldsymbol{D} = \varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}$. А потому именно поле вектора $\boldsymbol{A}^e$ следует называть «*поляризационным потенциалом*» (а уж никак не поле вектора Герца $\boldsymbol{Z}^e$ [1]).

Аналогичные рассуждения можно провести и для *поля магнитного вектора Герца* $\boldsymbol{Z}^m$. В итоге получим $\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^m = \boldsymbol{B}_{\text{магн.дип.}}$, то есть *поле магнитного векторного потенциала* $\boldsymbol{A}^m$ также является следствием магнитной поляризации, описываемой *векторным полем магнитной индукции* $\boldsymbol{B} = \mu\mu_0\boldsymbol{H}$. Итак, на примере анализа *вектора Герца* видно, что электромагнитный векторный потенциал $\boldsymbol{A}$ является основополагающим в природе электромагнетизма, поскольку всегда сопровождает поляризацию пространства любых сред.

Физико-математическое построение *системы первичных уравнений классической электродинамики* можно провести двояко: либо из аксиоматических соображений на базе концепции корпускулярно-полевого дуализма Материи [10], либо непосредственным применением традиционной системы уравнений электродинамики Максвелла [11]. Существенно, что в этих и других работах автора по данной проблеме <u>главным и основным стержнем построения системы первичных уравнений классической электродинамики является прямое и полноправное использование электромагнитных векторных потенциалов</u>. Кстати, на основе первичных электродинамических уравнений в работе [12] теоретически исследуются физические свойства и характеристики распространения волн электромагнитного поля и их энергетика.

Приведем аналитическую структуру *системы первичных уравнений действительно современной классической электродинамики* и дадим краткие пояснения по ее реализации посредством использования при построении *традиционной системы уравнений электродинамики Максвелла* (1). Здесь мы имеем весьма необычную в структурном отношении систему, состоящую из 8 первичных уравнений реального электромагнитного поля:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)}\quad \operatorname{rot}\boldsymbol{A}^m = \mu\mu_0\boldsymbol{H}\,, & \text{(b)}\quad \operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e = \varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}\,, \\ \text{(c)}\quad \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial\boldsymbol{A}^m}{\partial t}\,, & \text{(d)}\quad \boldsymbol{H} = \dfrac{\boldsymbol{A}^e}{\tau_{рел}} + \dfrac{\partial\boldsymbol{A}^e}{\partial t}\,, \\ \text{(e)}\quad \operatorname{div}(\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{A}^m) = 0\,, & \text{(f)}\quad \operatorname{div}(\mu\mu_0\boldsymbol{A}^e) = 0\,, \\ \text{(h)}\quad \operatorname{div}(\mu\mu_0\boldsymbol{H}) = 0\,, & \text{(g)}\quad \operatorname{div}(\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}) = 0\,. \end{array} \qquad (4)$$

Векторные потенциалы можно ввести на основе математического положения векторного анализа о том, что дивергенция ротора любого векторного поля $\boldsymbol{a}$ тождественно равна нулю: $\operatorname{div}\operatorname{rot}\boldsymbol{a} = 0$. В этой связи воспользуемся дивергентными уравнениями системы (1), описывающими результат поляризации материальной среды. Тогда из уравнения результата магнитной поляризации (1d) получим уравнение (4a) для векторного магнитного потенциала $\boldsymbol{A}^m$, соответственно, из уравнения (1b) электрической поляризации локально электронейтральной ($\rho = 0$) среды находим уравнение (4b) для векторного электрического потенциала $\boldsymbol{A}^e$. Таким образом, с точки зрения физического смысла векторные электромагнитные потенциалы непосредственно связаны с электрической и магнитной поляризациями, а потому их действительно можно называть *поляризационными потенциалами*.

Далее подстановка соотношения для магнитного векторного потенциала (4a) в уравнение вихря электрической напряженности (1a) приводит к известной формуле связи поля вектора указанной напряженности с магнитным векторным потенциалом (4c), описывающей *закон электромагнитной индукции Фарадея*. Здесь электрический скалярный потенциал φ^e , определяющий потенциальное электрическое поле: $\boldsymbol{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi^e$ принципиально не рассматривается, как не имеющий отношения к обсуждаемым в работе вихревым векторным полям. При аналогичной подстановке соотношения для электрического векторного потенциала (4b) в уравнение вихря магнитной напряженности (1c) с учетом закона Ома $\boldsymbol{j} = \sigma\boldsymbol{E}$ получаем в итоге связь этой напряженности с указанным векторным потенциалом (4d). Здесь $\tau_{рел} = \varepsilon\varepsilon_0/\sigma$ - постоянная времени релаксации электрического заряда в среде за счет ее электропроводности.

Обратим внимание на то, что $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}^e \neq 0$ и $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}^m \neq 0$, то есть поле электромагнитного векторного потенциала $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ принципиально является чисто вихревым, топология которого неизменна как в статике [18], так и в динамике. По этой причине чисто вихревой характер таких полей описывается условием кулоновской калибровки, где абсолютные электрическая $\varepsilon\varepsilon_0$ и магнитная $\mu\mu_0$ проницаемости, согласно соотношениям (4c) и (4d), соответствуют в формулах (4e) и (4f) конкретным компонентам векторного потенциала. Физически они описывают отклик материальной среды на наличие в ней поля ЭМ векторного потенциала.

Как установлено, поля векторных потенциалов $\boldsymbol{A}^e$ и $\boldsymbol{A}^m$ всегда являются вихревыми функциями, то согласно соотношениям (4c) и (4d), соответственно функции векторов напряженностей $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{E}$ также будут вихревыми. Аналитически этот факт описывается дивергентными уравнениями (4h) и (4g). Отметим, что пространственно, согласно (4a) и (4b), пары векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{A}^e$, $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{A}^m$ - *взаимно ортогональны*; соответственно, согласно (4c) и (4d), другие векторные пары $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{A}^m$, $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{A}^e$ - *взаимно коллиненарны*.

Сделаем, однако, важное замечание по поводу дивергентных уравнений (4e) – (4g) в системе (4). Указанные уравнения по сути дела есть следствие уравнений (4a) – (4d), так как существование (4e) – (4g) обусловлено тем, что

$\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e \neq 0$ и $\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^m \neq 0$, то есть вихревым характером функций $\boldsymbol{A}^e$ и $\boldsymbol{A}^m$. Следовательно, основными уравнениями системы (4) являются только (4a) – (4d). И все же полная картина системы первичных современной уравнений классической электродинамики представлена системой всех соотношений в (4).

Поскольку систему первичных уравнений электромагнетизма (4) можно получить аксиоматически [10] независимо от электродинамических уравнений (1), то логика требует, что обязательным тривиальным следствием из (4) должен быть, прежде всего, вывод традиционной системы уравнений Максвелла для полей $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ напряженностей (1). Фактически это уже сделано в обратном порядке при построении системы уравнений (4). И всё же, если взять ротор от соотношения (4c), то с учетом (4a) получим уравнение (1a). Аналогично, взятие ротора от (4d) и учет (4b) дает уравнение (1c). Соответственно, взятие дивергенции от соотношений (4a) и (4b), позволяет иметь искомые классические уравнения (1b) и (1d) для случая сред с локальной электронейтральностью ($\rho = 0$). Ниже приведена развернутая иллюстрация описанных здесь действий:

$$\text{(a)}\quad \operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^m = -\mu\mu_0\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \qquad \text{(b)}\quad \operatorname{divrot}\boldsymbol{A}^e = \operatorname{div}(\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}) = 0,$$

$$\text{(c)}\quad \operatorname{rot}\boldsymbol{H} = \frac{1}{\tau_{рел}}\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e + \frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e = \varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{\boldsymbol{E}}{\tau_{рел}} + \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right), \qquad \text{(d)}\quad \operatorname{divrot}\boldsymbol{A}^m = \operatorname{div}(\mu\mu_0\boldsymbol{H}) = 0.$$

Уравнения (1) позволяют получить [1] волновые уравнения плоских волн для $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ компонент электромагнитного поля. Так для компоненты $\boldsymbol{H}$:

$$\operatorname{rotrot}\boldsymbol{H} = \operatorname{graddiv}\boldsymbol{H} - \Delta\boldsymbol{H} = \sigma\operatorname{rot}\boldsymbol{E} + \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\sigma\mu\mu_0\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2},$$

где $\mathrm{v} = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$ – фазовая скорость волны в отсутствие поглощения в среде ($\sigma = 0$). Аналогично из системы (1) строится волновое уравнение и для компоненты $\boldsymbol{E}$.

Те же уравнения отвечают также на вопрос о переносе этими волнами электромагнитной энергии (точнее, мощности), закон сохранения которой аналитически сформулирован в так называемой теореме Пойнтинга:

$$\boldsymbol{E}\operatorname{rot}\boldsymbol{H} - \boldsymbol{H}\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\operatorname{div}[\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}] = \sigma(\boldsymbol{E},\boldsymbol{E}) + \varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu\mu_0\boldsymbol{H}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}. \qquad (5)$$

Видно, что поступающий извне поток (внешняя нормаль) электромагнитной мощности $\operatorname{div}[\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}]$ компенсирует в данной точке среды джоулевы (тепловые) потери за счет электропроводности (первое слагаемое справа) и увеличивает значение электрической и магнитной энергии, либо наоборот. При этом совокупное наличие в пространстве взаимосвязанных $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ полей вызывает отклик материальной среды в виде *поля объемной плотности электромагнитного импульса*: $\boldsymbol{g} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0[\boldsymbol{E}, \boldsymbol{H}]$. Экспериментальное открытие *импульса электромагнитного поля* (давление света) [19] принадлежит русскому ученому-физику П.Н. Лебедеву (1899г.).

А теперь самое главное. Покажем, что такое четырехкомпонентное векторное поле $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{A}^e$ и $\boldsymbol{A}^m$, представленное базовой, первичной системой дифференциальных уравнений действительно современной классической электродинамики (4), способно описать физические характеристики реального электромагнитного поля, совокупно переносящего посредством такой электромагнитной волны *электрическую и магнитную энергии, электромагнитные импульс и его момент*. Ведь из уравнений (4) следуют структурно аналогичные системе уравнений (1) еще три системы уравнений для других пар вихревых компонент *реального электромагнитного поля*. В этом легко может убедиться сам читатель (либо см. работу [11]), произведя действия, аналогичные выводу системы уравнений Максвелла (1) из *системы первичных уравнений современной классической электродинамики* (4).

Уравнения в этих системах (см. работы [10 - 12]) рассматривают области пространства, где совокупно присутствуют

поле электромагнитного векторного потенциала с электрической $\boldsymbol{A}^e$ и магнитной $\boldsymbol{A}^m$ векторными компонентами:

$$\text{(a)}\ \operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e = -\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{A}^m}{\partial t}, \qquad \text{(b)}\ \operatorname{div}(\mu\mu_0\boldsymbol{A}^e) = 0,$$

$$\text{(c)}\ \operatorname{rot}\boldsymbol{A}^m = \mu\mu_0\left(\frac{\boldsymbol{A}^e}{\tau_{рел}} + \frac{\partial\boldsymbol{A}^e}{\partial t}\right), \qquad \text{(d)}\ \operatorname{div}(\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{A}^m) = 0; \qquad (6)$$

соответственно, *электрическое поле* с компонентами $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{A}^e$:

$$\text{(a)}\ \operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\mu\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\boldsymbol{A}^e}{\tau_{рел}} + \frac{\partial\boldsymbol{A}^e}{\partial t}\right), \qquad \text{(b)}\ \operatorname{div}(\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}) = 0,$$

$$\text{(c)}\ \operatorname{rot}\boldsymbol{A}^e = \varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}, \qquad \text{(d)}\ \operatorname{div}(\mu\mu_0\boldsymbol{A}^e) = 0; \qquad (7)$$

и, наконец, *магнитное поле* с компонентами $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{A}^m$:

$$\text{(a)}\ \ \mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\boldsymbol{A}^m}{\tau_{рел}} + \frac{\partial \boldsymbol{A}^m}{\partial t}\right), \qquad \text{(b)}\ \ \mathrm{div}(\mu\mu_0 \boldsymbol{H}) = 0\,,$$

$$\text{(c)}\ \ \mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}^m = \mu\mu_0 \boldsymbol{H}\,, \qquad \text{(d)}\ \ \mathrm{div}\,(\varepsilon\varepsilon_0 \boldsymbol{A}^m) = 0\,. \qquad (8)$$

Очевидно, что все эти системы уравнений являются основой для вывода волновых уравнений плоских волн соответствующих компонент реального электромагнитного поля. Для иллюстрации получим из системы уравнений (7) волновое уравнение, например, для компоненты $\boldsymbol{E}$ *электрической волны*:

$$\mathrm{rotrot}\,\boldsymbol{E} = \mathrm{graddiv}\,\boldsymbol{E} - \Delta\boldsymbol{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{rot}\left(\frac{\boldsymbol{A}^e}{\tau_{рел}} + \frac{\partial \boldsymbol{A}^e}{\partial t}\right) = -\sigma\mu\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{A}^e}{\partial t} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}^e}{\partial t^2}\,,$$

Аналогично из (7) строится волновое уравнение и для компоненты $\boldsymbol{A}^e$.

Подобно выводу из уравнений системы (1) формулы (5) для *потока электромагнитной мощности* из этих новых систем электродинамических уравнений непосредственно можно получить соотношения баланса для потоков других физических величин:

из уравнений системы (6) для *потока момента электромагнитного импульса*

$$-\,\mathrm{div}[\boldsymbol{A}^e, \boldsymbol{A}^m] = \frac{\mu\mu_0}{\tau_{рел}}(\boldsymbol{A}^e, \boldsymbol{A}^e) + \mu\mu_0 \boldsymbol{A}^e \frac{\partial \boldsymbol{A}^e}{\partial t} + \varepsilon\varepsilon_0 \boldsymbol{A}^m \frac{\partial \boldsymbol{A}^m}{\partial t}\,, \qquad (9)$$

из уравнений системы (7) для *потока электрической энергии*

$$-\,\mathrm{div}[\boldsymbol{E}, \boldsymbol{A}^e] = \varepsilon\varepsilon_0(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{E}) + \mu\mu_0 \boldsymbol{A}^e \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\boldsymbol{A}^e}{\tau_{рел}} + \frac{\partial \boldsymbol{A}^e}{\partial t}\right) \qquad (10)$$

и, наконец, из уравнений системы (8) для *потока магнитной энергии*

$$-\,\mathrm{div}[\boldsymbol{H}, \boldsymbol{A}^m] = \mu\mu_0(\boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}) + \varepsilon\varepsilon_0 \boldsymbol{A}^m \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\boldsymbol{A}^m}{\tau_{рел}} + \frac{\partial \boldsymbol{A}^m}{\partial t}\right). \qquad (11)$$

Поскольку *дивергенция*, согласно теореме Гаусса-Остроградского, представляет собой объемную плотность потока векторного поля в данной точке, то соотношения баланса (5) и (9) - (11) показывают, что изменение (соответственно, в статике [18] наличие) определенной величины энергии, импульса или момента импульса электромагнитного поля в рассматриваемой точке невозможно в отрыве от окружающего пространства, без взаимодействия с ним посредством потоковой связи извне. Конечно, это не является чем-то специфическим или необычным. Вот, например, тривиально наглядная статическая ситуация: растянутая руками пружина, где ее внутренняя энергия упругой деформации создается и существует только за счет взаимодействия с окружением (действия рук). Итак, именно соотношения баланса силовых и энергетических параметров электромагнитного поля объективно и однозначно напрямую иллюстрируют реальность 4-х компонентного $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{A}^e$ и $\boldsymbol{A}^m$ электромагнитного поля, совокупно и одновременно переносящего в пространстве *электрическую* (10) *и магнитную* (11) *энергии, электромагнитные импульс* (5) *и момент импульса* (9) посредством 4-х компонентной электромагнитной волны, описываемой системами дифференциальных уравнений (1) и (6) - (8).

Эти соотношения еще раз подтверждают и аргументированно доказывают, что, наряду с *электромагнитным полем с парой векторных компонент* $\boldsymbol{E}$ *и* $\boldsymbol{H}$, в Природе существуют и другие поля: *поле электромагнитного векторного потенциала* с компонентами $\boldsymbol{A}^e$ и $\boldsymbol{A}^m$**,** *электрическое поле* с компонентами $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{A}^e$, *магнитное поле* с $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{A}^m$. Именно структура конкретного электродинамического поля из двух векторных взаимно ортогональных полевых компонент реализует способ его объективного существования, делает принципиально возможным его перемещение в пространстве в виде потока соответствующей физической величины. *В реальности же все эти потоки распространяются в пространстве посредством лишь только одной «традиционной» плоской волны с взаимно ортогональными полевыми компонентами попарно коллинеарных векторов* $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{A}^m$ и $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{A}^e$ (подробности в [10 - 12]), *совокупно переносящих в пространстве* (см. соотношения баланса) *электрическую* (10) *и магнитную* (11) *энергии, электромагнитные импульс* (5) *и его момент* (9). Важно отметить, что все представленные здесь соотношения баланса (9) – (11), в том числе (5), способны физически адекватно описать и статические процессы электромагнетизма (см.также и работу [18]).

В итоге теперь не только экспериментально [19, 15], но и теоретически путем реставрации и модернизации идей самого Максвелла в виде системы первичных электродинамических уравнений (4) аргументированно установлено, что *электромагнитный импульс и его момент, электрическую и магнитную энергии* совокупно переносит в пространстве обычная традиционная электромагнитная волна, с уточненной 4-х компонентной полевой структурой.

Литература

1. *Матвеев А.Н.* Электродинамика. Учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1980.

2. *Максвелл Дж.К.* Трактат об электричестве и магнетизме. Т. I и II. – М.: Наука, 1989.

3. *Сидоренков В.В.* Методические аспекты построения и анализа электродинамических уравнений Максвелла // SciTecLibrary / от 09.11.10г. / / http:// www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/10660.html .

4. *Докторович З.И.* Несостоятельность теории электромагнетизма и выход из сложившегося тупика // SciTecLibrary / от 18.03.03г. / / http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/4797.html.

5. *Томилин А.К.* О свойствах векторного электродинамического потенциала // SciTecLibrary / от 10.01.08г. / / http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8828.html.

6. *Чуев А.С.* О формульном и наглядном соотношении магнитных векторных величин и изображении их полей // SciTecLibrary / от 22.07.12г. / / http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12138.html .

7. *Чуев А.С.* О формульном и наглядном соотношении электрических векторных величин и изображении их полей // SciTecLibrary / от 29.07.12г. / / http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12150.html .

8. *Эткин В.А.* Вывод выражения силы Лоренца из уравнений Максвелла // SciTecLibrary / от 19.07.12г. / / http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12134.html .

9. *Эткин В.А.* Описывают ли уравнения Максвелла электромагнитное поле? // SciTecLibrary / от 02.09.12г. / / http:// www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12201.html .

10. *Сидоренков В.В.* Физико-математические принципы аксиоматического построения уравнений электромагнитного поля // SciTecLibrary / от 06.11.09г. / http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/10004.html .

11. *Сидоренков В.В.* Физические основы современной теории электромагнитного поля // SciTecLibrary / от 27.11.11г. / / http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11550.html .

12. *Сидоренков В.В.* Концептуальный анализ современной полевой теории электромагнетизма // SciTecLibrary / от 23.04.09г. /

/ http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9675.html/ .

13. Физический энциклопедический словарь. М.: Советская Энциклопедия, 1983.

14. *Вульфсон К.С.* О моменте количества движения электромагнитных волн // УФН. 1987. Том 152. Вып. 4. С. 667-674.

15. *Beth R.A.* Direct Detection of the Angular Momentum of Light // Phys. Rev. 1935. V. 48. p. 471; Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light // Phys. Rev. 1936. V. 50. p. 115-125.

16. *Храпко Р.И.* Спин классической электродинамики // Вестник РУДН. Сер. «Физика». 2002. № 10(1). С. 40-48.

17. *Антонов Л.И., Миронова Г.А., Лукашёва Е.В., Чистякова Н.И.* Векторный магнитный потенциал в курсе общей физики / Препринт № 11. – М.: Изд-во Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, 1998.

18. *Сидоренков В.В.* Решение проблемы существования и единства статических компонент реального электромагнитного поля // SciTecLibrary / от 17.10.08г. / http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9261.html/ .

19. *Lebedew P.N.* Untersuchungen liber die Dnickkrafte des Lichtes // Annalen der Physik. 1901. fasc. 4. Bd 6. S. 433-458.